

Economia Computacional: Comportamento Racional e Complexidade

Orlando Gomes

ISCAL – Instituto Politécnico de Lisboa,
UNIDE – Instituto Universitário de Lisboa
omgomes@iscal.ipl.pt

Resumo

O paradigma central de análise em Economia assenta na noção de agente representativo. Indissociável desta noção é a ideia de racionalidade estrita, ou seja, a ideia de que os agentes económicos possuem uma capacidade ilimitada de compreensão da realidade que os envolve, o que lhes permite formular expectativas ‘correctas’ sobre o futuro, isto é, expectativas que à partida não incorrem em qualquer erro de natureza sistemática. Esta visão, embora simplista e redutora face ao verdadeiro comportamento humano, serviu durante décadas os propósitos da ciência económica e possibilitou avanços importantes no que concerne à compreensão da realidade que nos rodeia. No entanto, colocam-se hoje reservas importantes à capacidade deste paradigma em continuar a fazer progredir o conhecimento acerca do funcionamento do sistema económico. A emergência de uma interpretação da Economia enquanto sistema complexo é o reconhecimento de que diferentes entendimentos do conceito de racionalidade são possíveis, de que os agentes económicos são na realidade heterogéneos (nas suas acções, crenças, expectativas e preferências), e de que estes interagem necessariamente através de um conjunto de relações em que a aprendizagem, a adaptação e a evolução são elementos centrais. Neste artigo, é revista a literatura recente sobre complexidade em Economia e perspectiva-se, a partir daí, o futuro desta ciência.

Palavras-chave: Economia Computacional, Complexidade, Racionalidade, Pensamento económico, Sistema macroeconómico, Agentes heterogéneos, Expectativas, Aprendizagem, Evolução.

Title: Computational Economics: rational behaviour and complexity

Abstract

The central paradigm of analysis in Economics is based on the notion of representative agent. Inseparable from this notion is the idea of strict rationality, that is, the idea that economic agents possess an unlimited capacity to understand the reality that surrounds them, allowing them to formulate ‘correct’ expectations about the future, i.e., expectations that at first do not incur in any error of a systematic nature. This view, although simplistic and reductionist in light of the true human behavior, has served for decades the purposes of economic science and allowed for important advances in what concerns the understanding of the reality that surrounds us. However, major reservations are posed today on the capacity of this paradigm to continue advancing the knowledge about the functioning of the economic system. The

emergence of an interpretation of economics as a complex system is the recognition that different understandings of the concept of rationality are possible, that the economic agents are actually heterogeneous (in their actions, beliefs, expectations and preferences), and that these interact necessarily through a set of relationships in which learning, adaptation and evolution are central elements. In this paper, we review the recent literature on complexity in Economics and put in perspective thereafter the future of this science.

Keywords: Computational Economics, Complexity, Rationality, Economic thought, Macroeconomic system, Heterogeneous agents, Expectations, Learning, Evolution.

1. Introdução

É hoje amplamente aceite que aquele que foi durante décadas o paradigma central de análise em Economia se encontra praticamente esgotado em termos daquilo que pode oferecer para compreender a realidade económica. Como Colander e Rothschild (2010) referem, a herança de Samuelson já não encerra a resposta às dúvidas fundamentais que um sistema económico em sistemática mudança e crescimento envolve.

Aquilo que é actualmente a ciência económica é resultado de um conjunto de conceitos e mecanismos desenvolvidos por algumas das mais brilhantes mentes do século XX, das quais Paul Samuelson, Robert Solow, Kenneth Arrow, Gerard Debreu, Milton Friedman e Robert Lucas são alguns dos principais expoentes máximos. Da capacidade de abstracção destes economistas emergiram ideias poderosas como a de agente representativo, capaz de traduzir as preferências individuais num único comportamento médio ou agregado, a de comportamento otimizador, consubstanciado no problema de maximização da utilidade do consumo por parte das famílias ou no problema de maximização do lucro por parte das empresas, ou ainda a ideia de expectativas racionais, de acordo com a qual os agentes possuem informação e dela fazem o melhor uso para obterem resultados eficientes.

Todas as ideias referidas foram de primordial importância para a consolidação da ciência económica. Aquilo que distingue o homem dos restantes seres vivos é a sua capacidade de pensar os problemas, decidir racionalmente e, em consequência, adoptar um comportamento otimizador. O problema é que após décadas de tratamento e análise de um mesmo tipo de modelo - o modelo de maximização intertemporal da utilidade por parte de um agente representativo que enfrenta uma determinada restrição orçamental ou restrição de recursos - a verdade é que pouco ou nada este já tem para oferecer. Se, no fim de contas, os economistas falharam em abordar de modo razoável e de forma a fornecer indicações de política relevantes muitos dos problemas no âmbito do seu campo de actuação, faz sentido reconhecer que está na hora de ir para além do cenário onde todos são dotados de um mesmo tipo de racionalidade e em que comportamento eficiente significa resolver necessariamente o mesmo problema de optimização.

Nas palavras de Colander, Holt e Rosser (2004) e Holt, Rosser e Colander (2010), podemos mesmo falar na entrada numa nova era de pensamento económico, em que a visão dominante, que se pode designar por paradigma neoclássico, começa a dar lugar a uma visão de complexidade sobre o sistema económico. A era da complexidade foi surgindo de forma gradual, porém parece começar a substituir, de modo paulatino mas firme, a estrutura de análise neoclássica, o que se pode constatar, por exemplo, pelo cada vez maior número de

artigos publicados em revistas científicas de topo, onde a visão da Economia enquanto sistema complexo é predominante.¹

A mudança de paradigma é difícil, não só porque significa desconstruir todo o edifício teórico que a ciência económica foi capaz de desenvolver ao longo de décadas e que assenta em princípios lógicos extremamente poderosos (como são os axiomas de equilíbrio de Arrow e Debreu ou os teoremas do comércio internacional de Samuelson), mas também porque daí resulta a necessidade de recorrer a outros mecanismos de modelização e conceptualização que nunca fizeram parte do aparato instrumental dos economistas. Sair do campo da análise dinâmica e da abordagem a problemas de controlo óptimo significa entrar em áreas nunca antes exploradas e desconhecidas para os economistas: a Física, a Biologia ou as Ciências da Computação, entre outras. Ir de encontro ao desconhecido implica sempre um comportamento cauteloso, mas regra geral a recompensa é positiva; a interacção entre a Economia e outras ciências começa a dar frutos, por exemplo na ligação à Física, onde um novo ramo, a Econofísica, parece eclodir para fornecer uma visão diferente sobre questões que os economistas sempre se recusaram a abordar fora das suas ferramentas tradicionais de análise.²

Uma das grandes dificuldades da ciência económica foi a sua sistemática recusa em afastar-se da abordagem dedutiva. Com isto, pretende-se afirmar que o modo de fazer ciência em Economia tendeu a concentrar-se basicamente na construção de modelos com base em hipóteses formuladas *a-priori*. A Economia neoclássica é uma ciência lógica centrada no ‘como deveria ser’ e não no ‘como é’; o método dedutivo leva-nos das hipóteses para a construção teórica e desta para a comprovação empírica; assim sendo, é muito provável que a análise nos leve a confirmar aquilo que à partida pensamos dever ser observável. A mudança de paradigma é, pois, necessariamente, também uma mudança de método: a nova Economia terá de ser uma Economia indutiva, que começa na observação e exploração da realidade e que parte destas para a construção de modelos – a Economia da complexidade será também uma Economia experimental, uma Economia comportamental e uma Economia aplicada. A Economia Computacional é apoiada pelos desenvolvimentos recentes das Ciências da Complexidade, das Abordagens em Rede e pela Modelação de Agentes [Araújo (2011)].

Quem tem presente as passagens fundamentais da história do pensamento económico (e, em particular, do pensamento macroeconómico), talvez consiga ver nestas mudanças um retorno a Keynes e à necessidade de procurar na realidade aquilo que a abstracção teórica só por si é incapaz de explicar. Quando em finais da década de 70 do século XX, Robert Lucas, numa série de contribuições influentes, proclama o fim do Keynesianismo porque finalmente, no auge da revolução das expectativas racionais, a ciência económica parece abandonar em definitivo a análise de relações *ad-hoc* baseadas na observação empírica mas não sustentadas em qualquer comportamento otimizador lógico, nada faria supor que poucas décadas depois o caminho mais sólido para o progresso científico surja associado a uma premência para construir a teoria a partir da realidade agregada que podemos medir.

Nas secções que se seguem procurar-se-á fornecer uma visão mais ou menos exaustiva do que significa hoje adoptar uma visão de complexidade sobre o sistema económico. Definir-se-á complexidade, tendo sempre presente o carácter multi-dimensional do conceito, mas também filtrando-o tendo em conta aquilo que é mais relevante para a percepção dos fenómenos

¹ No entanto, como Holt, Rosser e Colander (2010) referem, a ciência económica é ainda muito conservadora e pouco aberta a rápidas mudanças de paradigma; a produção e publicação científicas em Economia estão ainda predominantemente associadas aos conceitos e técnicas de cariz neoclássico.

² Na secção 5 abordar-se-á a relação da Economia com outras ciências.

económicos (secção 2).³ Grande parte dos fenómenos económicos são, por natureza, dinâmicos, o que significa que a ideia de complexidade não deve excluir esta dimensão na sua análise; por esta razão, na secção 3 explora-se a forma de compatibilizar a análise dinâmica tradicional da Economia com as novas ideias de complexidade. Na secção 4, discute-se em pormenor que caminhos a análise de sistemas complexos tem vindo a seguir em Economia e na secção 5 reforça-se a ideia de que a nova abordagem exige o auxílio de outros campos científicos que, nalguns casos, já se encontram há muito preparados para tratar sistemas complexos.

Na secção 6, voltamos a percorrer os principais marcos da história do pensamento económico, essencialmente no sentido de advogar que os grandes nomes que construíram esta ciência nunca excluíram a noção de complexidade nem foram certamente os responsáveis pelo pensamento estilizado e pouco crítico que acabou por se estabelecer. Quanto à secção 7, esta procurará salientar que o campo por excelência onde a abordagem da complexidade deveria estar presente – a macroeconomia – é precisamente aquele que oferece maiores resistências à mudança de paradigma. Na secção 8, explora-se alguma da literatura que, em Economia, é precursora no sentido de incluir alguns dos ingredientes da complexidade na análise da relação entre agentes económicos. Finalmente, a secção 9 conclui.

2. Noção de Complexidade

O conceito de complexidade presta-se a alguns equívocos e pode ser utilizado em diferentes contextos. No que respeita à compreensão da realidade económica, o que está em causa é o entendimento de que dificilmente o sistema económico pode ser explicado em toda a sua extensão com base num pequeno sistema de equações que mantém a sua estrutura no tempo e que não deixa espaço para um processo evolutivo, o que acontece por exemplo com a interpretação Walrasiana do funcionamento dos mercados, a qual constitui um dos pilares fundamentais da abordagem neoclássica.

Autores como Foster (2005), Markose (2005), McCauley (2005), Velupillai (2005) e Rosser (2008), têm discutido em algum detalhe a noção de complexidade que mais é apropriada do ponto de vista económico. Três noções de complexidade são particularmente relevantes. A primeira será uma visão geral, que remonta a Simon (1962); esta visão aponta para um sistema complexo como sendo um sistema que integra múltiplas partes, as quais interagem, sendo que da interacção surge uma estrutura em permanente adaptação, mudança e evolução.

³ Tendo em conta o fórum em que este texto é alvo de publicação, faz sentido deixar, desde já e de modo explícito, uma pequena nota sobre a ligação entre complexidade em Economia e as ciências da computação. Como será evidente ao longo do desenvolvimento do raciocínio, uma das razões que levou a que a ciência económica evidenciasse alguma relutância em chamar a si a noção de complexidade relacionou-se com os meios à disposição dos economistas para tratamento dos seus modelos. O desenvolvimento dos meios computacionais ao dispor dos investigadores, permitiu que se começassem a explorar caminhos nunca antes tidos como possíveis. Alguns destes caminhos são brevemente mencionados ao longo do texto, como as questões ligadas à teoria da informação e à inteligência artificial. Outras ideias poderão vir a fazer parte, num futuro próximo, daquilo que os economistas entendem como relevante para abordar os problemas mais pertinentes nesta área. Por exemplo, uma noção que poderá ser importante é a de complexidade algorítmica, desenvolvida, entre outros, por Chaitin (1987). Este conceito relaciona-se com a medição da complexidade de um sistema em termos da dimensão do mais curto algoritmo (ou conjunto de algoritmos) necessário para descrever por completo o sistema em causa. Tal noção pode ser aproveitada pela Economia para perceber até que ponto sistemas como os mercados podem ser explicados com base num programa / algoritmo sem que a quantidade de recursos exigida para o fazer inviabilize a completa percepção das suas características fundamentais (agradeço a um *referee* anónimo a referência à questão da complexidade algorítmica).

Não interessarão exclusivamente as características individuais de cada uma das componentes do sistema, mas a lógica que subjaz à sua interacção.

Nesta primeira visão, podemos falar em complexidade conectiva, no sentido em que o que verdadeiramente molda o comportamento dos elementos do sistema é o tipo de relações que os liga, e que o que fará o sistema evoluir é precisamente o modo como essas relações se modificam. O sistema económico pode, desta forma, ser abordado como uma rede (*network*) em permanente mudança e evolução. A ideia de evolução é também aqui uma ideia chave: utilizando um termo que é caro aos economistas, qualquer rede social envolvendo relações complexas é uma rede em que o processo de ‘destruição criativa’ é sistemático. Desta destruição criativa emerge a constatação de que falar de complexidade é também falar de evolução e selecção natural; as ideias de evolução Darwiniana são perfeitamente compatíveis com a lógica de dinâmica em sistemas complexos.

Não é estranho que procuremos no trabalho de Herbert Simon uma primeira noção de complexidade; a este autor é, regra geral, associado o conceito de racionalidade limitada. A ligação entre racionalidade limitada e complexidade emerge naturalmente: uma noção lata de racionalidade permite compreender que diferentes tipos de agentes interagem e é desta interacção que provém a formação de estruturas sociais complexas. Esta relação entre racionalidade não estrita e complexidade é salientada por influentes economistas, como é o caso de Sargent (1993) e Arthur, Durlauf e Lane (1997a).

Uma segunda noção de complexidade tem uma natureza mais operacional e está ligada ao tipo de sistemas dinâmicos que são alvo de análise. A Economia neoclássica faz da análise intertemporal um dos elementos base da sua caracterização do sistema económico. No entanto, os sistemas dinâmicos tradicionalmente considerados em Economia são sistemas lineares ou sistemas passíveis de linearização na vizinhança do equilíbrio. Deste modo, a Economia neoclássica corresponde a uma Economia de análise de pontos fixos para os quais as variáveis endógenas consideradas tipicamente convergem. Ao relaxarmos as hipóteses de agente representativo e racionalidade perfeita, as relações entre variáveis que daí advêm vão assumir um carácter não linear. Sistemas não lineares poderão produzir dinâmicas de longo prazo consideravelmente distintas da mera convergência ou divergência em relação a um determinado ponto fixo. Estas dinâmicas podem, em alguns casos, ser classificadas de complexas.

De acordo com Day (1994) e Rosser (1999), um sistema dinâmico poderá designar-se complexo se não tende para um ponto fixo, para um determinado ciclo limite com periodicidade definida ou para um resultado de pura instabilidade (progressiva divergência face ao ponto fixo). O que sobra são resultados não lineares para os quais não é identificável qualquer periodicidade, ou seja, o que sobra é aquilo a que geralmente é associada a noção de caos: um movimento de longo prazo irregular e que configura uma situação de instabilidade limitada, em que o sistema gravita em torno do estado de equilíbrio, sem nunca para ele convergir em definitivo mas também sem que dele decisivamente divirja. Um sistema caótico possui várias características que o permitem definir como complexo; a mais relevante é a ideia de dependência sensitiva às condições iniciais: não só as trajectórias temporais de longo prazo associadas ao sistema são irregulares como estão completamente dependentes das condições iniciais – duas concretizações do sistema inicializadas em pontos muito próximos mas distintos irão corresponder a trajectórias temporais que em nada se assemelham.

Alguns cuidados são necessários quando se classifica um sistema caótico como sistema complexo. A próxima secção tratará este assunto em detalhe. No entanto convém desde já salientar que determinado resultado de longo prazo não caracteriza necessariamente um sistema no seu conjunto. Regra geral, para diferentes concretizações de parâmetros, um mesmo sistema poderá exibir situações de estabilidade ou convergência para um ponto fixo, ciclos de reduzida periodicidade, caos e eventualmente outros resultados de dinâmica.

Por fim, a terceira noção de complexidade é aquela que diz respeito à ideia de complexidade computacional. Aqui encontramos ligação com a teoria da informação de Shannon e Weaver (1949) e o seu poderoso conceito de entropia. Um sistema complexo será aquele que envolve entropia, isto é, será um sistema em que existem dificuldades relacionadas com o processamento de informação.

Numa perspectiva computacional, um problema complexo pode ser, de acordo com Albin (1998), um problema para o qual é impossível encontrar uma solução explícita ou, mais frequentemente, poderá corresponder a uma situação em que teoricamente existe uma solução mas em que atingi-la requer um esforço computacional que não produz qualquer vantagem para o decisor. Esta pode ser uma dificuldade da utilização de uma abordagem de estudo baseada na noção de complexidade: a formalização poderá traduzir com rigor determinada relação económica, mas a carga computacional envolvida no problema será eventualmente tal que não é razoável procurar a solução óptima. Uma vez mais, acaba por estar em causa o conceito de racionalidade; se ser racional exige adoptar invariavelmente um comportamento optimizador, então num ambiente complexo os agentes não são estritamente racionais. A tomada de decisão baseia-se na ponderação da utilidade que as decisões geram em confronto com o esforço computacional que elas exigem.

Outro modo de encarar a noção de complexidade, para além das três noções acima discutidas, consiste em definir um sistema complexo em função de uma lista de propriedades que à partida um sistema deste tipo envolve. Tais propriedades encontram-se sistematizadas por exemplo em Arthur, Durlauf e Lane (1997a), Martin e Sunley (2007) e Fontana (2008). De forma sucinta, sistemas complexos serão aqueles em que:

- 1) Existe heterogeneidade. Um sistema complexo é composto por múltiplas partes, cada uma com características próprias. A adição ou subtracção de partes a um sistema complexo implica uma completa redefinição e reorganização do sistema. A heterogeneidade manifesta-se nas preferências, nos comportamentos, nas competências e nas expectativas. Heterogeneidade significa diversidade; sem diversidade não existiriam relações económicas.
- 2) O comportamento agregado é distinto da simples soma dos comportamentos individuais. Mesmo que seja possível um entendimento claro sobre o papel de cada grupo distinto de agentes num sistema, isso não significa que se conhece o comportamento do sistema. Este comportamento é resultado não apenas da acção das componentes mas da forma única como elas interagem.
- 3) Um sistema complexo é, regra geral, um sistema descentralizado. A interacção é fruto de múltiplas decisões individuais distintas que dificilmente podem ser controladas do exterior ou por um planeador social.
- 4) Os agentes adaptam-se e aprendem, isto é, evoluem. A dinâmica do sistema é determinada pelo facto de a interacção levar a um constante ajustamento do comportamento por parte das suas peças; este ajustamento é, à partida, resultado de um processo de aprendizagem – os agentes modificam o seu comportamento em virtude da informação que lhes vai chegando por via da observação da própria dinâmica das interacções. Como já mencionado, a ideia de

complexidade está ligada ao mecanismo de evolução Darwiniana: a adaptação e a aprendizagem leva a que a participação de uns agentes em dado sistema complexo define enquanto outros agentes ganham força e capacidades no interior do mesmo sistema. Este processo é inesgotável se pensarmos que todos terão sistematicamente de se adaptar e aprender como resposta aos processos de adaptação e evolução de todos os outros elementos do sistema.

5) As constantes adaptação e aprendizagem culminam em sistemas que permanecem afastados de uma posição de equilíbrio correspondente ao resultado óptimo. A formalização de um qualquer problema complexo tenderá a gerar um resultado de longo prazo diferente da conveniente convergência para um ponto fixo, o qual os economistas comumente designam estado de equilíbrio. Flutuações endógenas de longo prazo são resultado de um processo evolutivo que não terá tendência a esgotar-se.

6) Determinada concretização de um sistema é única e resultado da série de acontecimentos particulares que lhe deram origem. Esta propriedade relaciona-se com aquilo que geralmente se designa por *path dependence* – são as condições específicas ligadas ao carácter dos agentes, ao contexto institucional, à dinâmica de interacção e à estrutura global onde essa interacção se desenrola que produz os resultados concretos observados. Tal especificidade leva-nos a inferir que a mesma sequência de eventos não voltará à partida a repetir-se no tempo e que o estado actual do sistema económico é historicamente determinado.

De modo resumido, e seguindo Fontana (2008), as propriedades caracterizadas culminam na definição de complexidade adoptada pelo *Santa Fe Institute*, de acordo com a qual complexidade é sinónimo de um grande número de agentes heterogéneos em interacção no seio de uma determinada estrutura que não possui um controlador global e onde o comportamento de adaptação, aprendizagem e evolução dos agentes se traduz na prevalência de resultados de dinâmica fora do equilíbrio.

3. Complexidade e Sistemas Dinâmicos

Na secção anterior, fez-se referência à ideia de que, em parte, é legítimo associar a ideia de complexidade ao tipo de dinâmica eventualmente gerada por modelos não lineares.

A análise económica sempre fez uso do tempo como variável chave da sua análise; grande parte dos fenómenos económicos só são passíveis de compreensão quando explicados num contexto intertemporal. No entanto, a Economia neoclássica tendeu a concentrar-se no estudo da dinâmica na vizinhança do equilíbrio, onde as relações não lineares poderiam ser alvo de um processo de linearização; este processo de linearização permite uma compreensão da dinâmica de convergência para o equilíbrio caso o estado inicial do sistema se encontre próximo do estado estacionário, mas ele torna-se redutor quando as relações não lineares se podem traduzir em resultados de longo prazo diferentes da mera convergência ou divergência face ao estado de equilíbrio (únicos resultados de dinâmica admissíveis para modelos lineares).

Muitos sistemas não lineares encerram dinâmicas, para determinadas concretizações de parâmetros, que se afastam da simples convergência ou divergência. Ciclos de qualquer periodicidade ou completa a-periodicidade (o que regra geral se associa à ideia de sistema caótico) podem surgir onde existem relações não lineares, mudanças de regime ou alterações de estrutura. Esta complexidade associada a resultados dinâmicos não tem de estar forçosamente ligada a sistemas de grande dimensão ou envolvendo formas sofisticadas de relação entre variáveis. O sistema mais simples que envolve caos corresponde a uma relação

dinâmica em tempo discreto conhecida como equação logística [May (1976)], a qual assume a seguinte forma:

$$x_{t+1} = ax_t(1-x_t), \quad a > 1, \quad x_0 \text{ dado} \tag{1}$$

O comportamento dinâmico de longo prazo da variável x_t vai depender dos valores concretos do parâmetro a . A equação (1) encerra dois pontos de equilíbrio: $x^* = 0$ e $x^* = (a-1)/a$. Concentremos a atenção no ponto de equilíbrio de valor positivo. Em relação a este podemos estudar as respectivas propriedades de estabilidade; o sistema será estável (isto é, haverá convergência para o ponto de equilíbrio) se a derivada do lado direito da equação (1) em ordem à variável do sistema, quando avaliada no equilíbrio, se encontrar dentro do círculo unitário; calculando a correspondente derivada,

$$(dx_{t+1}/dx_t)|_{x=x^*} = a(1-2x^*) = 2-a \tag{2}$$

Pretendemos que $2-a \in (-1,1)$, o que, para os valores admissíveis de a , se traduz na condição $a < 3$. Se esta condição é satisfeita teremos convergência para um ponto fixo, isto é, há estabilidade. O ponto $a=3$ é um ponto de bifurcação (ou ponto de alteração do comportamento qualitativo do modelo), ou seja, corresponderá à fronteira entre as regiões de estabilidade e instabilidade. No entanto, o abandono da situação de instabilidade não se traduz numa imediata divergência face ao equilíbrio; é gerado um processo de duplicação de período que faz com que para diferentes valores do parâmetro tenhamos ciclos de periodicidades diversas. Este processo culmina numa situação em que o resultado de longo prazo é um resultado de ‘*bounded instability*’, isto é, o sistema não diverge nem converge face ao equilíbrio e também não gravita em torno do equilíbrio seguindo um padrão regular. Há de facto uma flutuação persistente em redor do equilíbrio mas esta segue um padrão para o qual não é possível encontrar qualquer periodicidade definida.

A figura 1 representa o diagrama de bifurcação correspondente à equação logística. O gráfico indica que, à medida que o valor de a aumenta, transitamos de uma situação de equilíbrio estável, para um resultado de ciclo de periodicidade 2, e deste para ciclos de maior periodicidade, até atingirmos um cenário de movimento caótico.

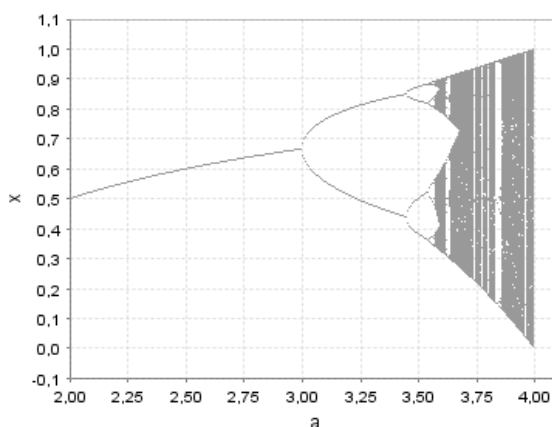


Figura 1- Diagrama de bifurcação da equação logística.

Quando consideramos sistemas de maior dimensão, envolvendo mais do que uma variável e várias não linearidades em muitos casos resultantes da interação entre agentes heterogêneos, a multiplicidade de resultados complexos de longo prazo que se pode obter é imensa. Para estudo dos princípios básicos subjacentes à dinâmica não linear e caótica recomenda-se Médio e Lines (2001).

De acordo com Sengupta (2003), não será fácil apresentar uma definição consensual de caos, uma vez que por mais abrangente que seja a definição é sempre possível encontrar uma situação que não estando contemplada na definição de partida, pode configurar um cenário de caos. De qualquer modo, parece evidente que existem algumas propriedades fundamentais que permitem definir um sistema como sendo caótico. A primeira ideia basilar é que estamos a fazer referência exclusivamente a sistemas determinísticos, isto é, não é qualquer perturbação estocástica que provoca o desvio sistemático em relação ao resultado de equilíbrio, mas sim a dinâmica intrínseca do modelo; deste modo, o caos e de modo mais amplo a noção de complexidade podem ser concebidos num cenário de completa certeza e previsibilidade.

Uma segunda ideia importante é que o movimento para o caos é um processo; como vimos no diagrama de bifurcação acima apresentado, é a alteração no valor de parâmetros que nos transporta de um resultado de ponto fixo para a situação de aleatoriedade determinística. Um influente teorema da teoria do caos [Li e Yorke (1975)] dá a conhecer que qualquer sistema no qual, para uma determinada concretização de parâmetros, se identifica um ciclo de período 3 ou qualquer número primo maior que 3, então será possível encontrar outras concretizações de parâmetros para as quais caos existe.

Apesar da natureza determinística de um sistema caótico, uma das mais relevantes propriedades que lhe está associado é a noção de dependência sensitiva face às condições iniciais, ou seja, para condições iniciais diferentes, ainda que muito próximas, encontramos trajetórias de longo prazo completamente distintas; isto significa que apesar de ser possível prever a evolução de um sistema caótico, uma vez que ele é determinístico, pequenos erros na percepção das condições iniciais que o definem traduzir-se-ão na completa implausibilidade em conseguir prever resultados futuros.

Sistemas caóticos têm propriedades que facilmente conseguimos associar à noção de complexidade, como seja a dinâmica fora do equilíbrio ou a completa dependência das condições iniciais (que implica o retorno à ideia já avançada de *path-dependence*). Além disso, resultados caóticos são apelativos do ponto de vista da explicação de fenómenos económicos, uma vez que flutuações cíclicas são possíveis sem necessidade de admitir a ocorrência de sistemáticas perturbações exógenas. No entanto, não devemos igualmente esquecer as limitações: continuamos a falar, como nas relações esboçadas pela Economia neoclássica, de estruturas rígidas, incapazes de reflectir o processo de adaptação, aprendizagem e evolução a que os agentes estão sujeitos.

4. Mudança de Paradigma

Para os pensadores noutras áreas de conhecimento, os avanços conseguidos pela ciência económica ao longo das últimas décadas tendem a não ser muito impressionantes. Como Bouchaud (2008) salienta, o progresso científico tem sido imenso em campos que vão desde a Física à Medicina, passando por muitas outras ciências mais ou menos aplicadas. Aos

economistas, a quem se pedia respostas concretas para problemas concretos como as crises ou o desemprego, pouco se pode reconhecer para além da explicação de alguns mecanismos que pouca utilidade terão quando se percebe que tal explicação parte de pressupostos demasiado fortes e muitas vezes irrealistas (novamente, as questões da racionalidade, da optimização e da eficiência são aquelas que fundamentalmente estão em causa e são alvo de crítica).

A Economia parece ter-se fechado num mundo só seu. Aos estudantes nesta área de conhecimento transmitem-se modelos lógicos capazes de explicar um mundo ideal que na realidade não existe, enquanto os investigadores continuam a procurar defender aquilo que sendo conceptualmente rigoroso e matematicamente tratável pouco ajuda a perceber o mundo em que vivemos.

Reconhecer que os mercados não funcionam de modo perfeito, que o comportamento humano se concentra numa perspectiva de curto prazo e que fenómenos de ampliação de erros associados a períodos de irracionalidade colectiva (*herd behavior*) são frequentes, parece ser o caminho para a percepção de que um novo paradigma de análise deverá emergir.

A questão que se coloca é se faz sentido adaptar técnicas de análise que já deram provas noutras ciências a uma ciência que é diferente por tratar o comportamento humano em interacção. Poder-se-á argumentar que pouco há de determinístico no comportamento humano e que, por isso, as leis económicas não podem ser abordadas da mesma forma que as leis da Física. Contudo, ao tratarmos de fenómenos económicos agregados, é possível encontrar regularidades e excluir comportamentos que fogem à regra; o tratamento estatístico que daqui poderá resultar permite-nos enfatizar a natureza indutiva que a nova análise económica deverá ter. Como na Física, onde há muito já se entendeu a necessidade de compreender a realidade antes de partir para a formulação teórica, a Economia deverá começar por realizar trabalho empírico e experimental; daqui resultará a compreensão de alguns aspectos relevantes ligados ao modo como os agentes interagem e evoluem e também o entendimento de que as situações observadas estão, regra geral, afastadas daquilo que se entende por um sistema que permanece no seu estado estacionário. O que interessa é onde nós estamos e não para onde iríamos se nada perturbasse o nosso percurso. Uma vez compreendida a realidade, as técnicas científicas hoje ao nosso dispor encarregar-se-ão de nos permitir formular uma teoria aplicada; outras técnicas certamente emergirão dada a necessidade de explicar os fenómenos observados.

Como se verá na secção seguinte, os desafios com que a ciência económica hoje se depara são de tal forma significativos que a nova teoria já não poderá ser construída simplesmente como o degrau que se segue no pensamento dos economistas; há uma ruptura com o pensamento anterior que exige que se faça uma ponte para outras áreas de conhecimento. Aqui, assume particular relevância a ligação emergente entre Física e Economia, a qual fez eclodir um novo ramo de conhecimento – a Econofísica.

Em Smith (2008), vai-se ainda mais longe na explicação das razões pelas quais a Economia ficou presa à interpretação neoclássica da realidade. Este autor sugere que a apologia do mercado como entidade promotora da eficiência e da ordem social (ou seja, a apologia da mão invisível) é uma falácia construída através de uma hábil campanha de relações públicas promovida pelas grandes organizações empresariais. Alterar a interpretação dominante da realidade económica teria custos importantes para aqueles que hoje mais beneficiam do modo de organização económica vigente.

O autor supracitado faz notar que apesar de matematicamente sofisticados, os modelos económicos são na sua essência simples, no sentido em que mesmo a incerteza ou o risco que lhes é incorporado é um risco com características de estabilidade e previsibilidade (por exemplo, processos auto-regressivos de determinada ordem); para além disso, as relações de causalidade são directas e uni-dimensionais e a noção de tempo é apresentada de modo demasiado directo ou linear, isto é, sem que se salvaguarde que diferentes processos podem estar sujeitos a diferentes ritmos de aprendizagem e implementação.

Como referido na introdução, a constatação de que os modelos tradicionais são inadequados para explicar uma parte significativa dos fenómenos com que a Economia hoje se confronta, permite mesmo falar numa mudança de paradigma e na entrada numa nova era. Esta tão significativa alteração é demorada e difícil, mas os argumentos que ela introduz são suficientemente convincentes para que o estudo da Economia esteja efectivamente a mudar.

A mudança é simultaneamente metodológica e na forma como se encara o objecto de estudo. Do ponto de vista metodológico, a busca obsessiva pelo comportamento óptimo dá progressivamente lugar à experimentação (no laboratório e em situações reais), ao recurso às abordagens multidisciplinares e à necessidade de perceber o contexto institucional em que as decisões são tomadas.

No que concerne ao objecto de estudo, estamos hoje perante um *homo-economicus* diferente, menos calculista e menos egoísta. O modo como a noção de racionalidade tem vindo a ser reinterpretada aponta para um contexto em que os agentes se continuam a guiar por incentivos, mas onde se entende que o que é racional é aquilo que efectivamente o agente decide em dada situação e não aquilo que ele idealmente decidiria. Interessa entender as decisões reais e não as decisões ideais. Ligado a este raciocínio está o modo como se reequaciona a noção de interesse próprio. Esta noção não pode ser descontextualizada do meio social que envolve os agentes; diferentes sociedades valorizam de modo diverso a interacção com os outros, por um lado, e a afirmação pessoal, por outro. A este nível é necessário adoptar uma visão relativista face ao conceito de interesse próprio, que obviamente dependerá do contexto em que estamos inseridos. Em concreto, a Economia neoclássica sugere que o agente económico otimizador do seu comportamento pode ser pensado numa perspectiva intemporal e a-espacial; assim não deverá ser: o contexto espacio-temporal irá moldar as crenças e preferências dos indivíduos e estas não têm que corresponder necessariamente àquelas que constituem os valores da sociedade Ocidental moderna.

5. Transdisciplinaridade

Ficou claro, a partir da discussão em secções precedentes, que uma visão de complexidade sobre o sistema económico exige uma cooperação de esforços entre diversos ramos do saber. A Econofísica é efectivamente uma ciência emergente e aquela que maior contribuição parece dar para uma melhor compreensão dos fenómenos económicos; paralelamente, outras simbioses começam a ganhar forma, nomeadamente aquela que respeita à Econo-biologia (que estará ligada à tentativa de percepção do comportamento humano em sociedade partindo da observação de formas de interacção entre outras espécies animais) ou a ligada à Econo-ecologia (inter-relação entre Economia e fenómenos naturais).

A Econofísica emerge com as contribuições de Mantegna e Stanley (2000), McCauley (2004), Farmer *et al.* (2005), Gallegati *et al.* (2006) e Yakovenko (2009), entre outros. Este recente

campo de análise procura aplicar ao estudo dos fenómenos económicos uma série de técnicas e abordagens conceptuais que a Física utiliza para estudo dos fenómenos naturais.

Contributos importantes para a discussão da relevância da Econofísica para o progresso da ciência económica podem ser encontrados em Durlauf (2005) e Rosser (2008, 2010). A seu favor esta abordagem tem a vantagem de partir de um raciocínio indutivo, fortemente baseado na observação empírica do comportamento colectivo. A racionalidade *a-priori* não é vista como condição essencial para a compreensão do modo como os agentes económicos actuam. A tipificação do comportamento surge *a-posteriori*, como resultado do entendimento que emerge sobre a forma como os agentes actuam no seu conjunto quando confrontados com determinada estrutura de interacção.

A entrada do pensamento ligado às ciências físicas no âmbito da Economia não foi, no entanto, pacífica; para o economista ortodoxo, a abordagem oferecida pela Física incorre numa série de pecados originais: ao físico faltará a sensibilidade para perceber os aspectos *sui generis* do comportamento humano, bem como um conhecimento aprofundado do progresso científico já conseguido pelos economistas. Além disso, o trabalho empírico em que se baseiam grande parte dos resultados da Econofísica leva a uma excessiva e inapropriada formulação de leis universais que não têm sustentação num edifício teórico sólido.

O ponto de discussão fundamental em termos da contribuição da Econofísica relaciona-se com a utilização de distribuições ‘power law’ para explicar grande parte dos fenómenos económicos. Curiosamente, este tipo de distribuição tem origem no estudo da Economia, quando Pareto (1897) a utilizou para estudo da distribuição do rendimento. Apesar de continuar a ter relevância na Estatística e na Física, esta distribuição viria a perder protagonismo na Economia, como resultado da lógica de simplificação da análise matemática que o estudo dos fenómenos económicos acabou por exigir.

A distribuição normal ou gaussiana foi aquela que se mostrou mais simples e directa de aplicar à previsão em modelos económicos; um bom exemplo disto é o modelo de Black e Scholes (1973) que forneceu uma poderosa fórmula para avaliação do preço das opções em mercados financeiros. Até recentemente, julgou-se que as distribuições normal ou lognormal eram admissíveis para o estudo, compreensão e previsão da evolução do rendimento dos activos financeiros; no entanto, uma observação cuidadosa da distribuição tipo dos rendimentos financeiros leva-nos à constatação de que esta tende a ser leptocúrtica, isto é, tende a exibir caudas longas, as quais são incompatíveis com as propriedades de uma distribuição normal ou lognormal. Por outras, palavras, a distribuição usada para avaliação do comportamento dos mercados financeiros considera ser muito pequena a probabilidade de ocorrência de acontecimentos extremos; na realidade, esta probabilidade não é assim tão negligenciável. Bouchaud (2008) avança mesmo a ideia de que a utilização da fórmula Black-Scholes para cálculo do preço das opções terá tido um efeito destabilizador sobre os mercados financeiros. Parte da recente crise financeira poderá ser explicada pela incapacidade dos economistas em compreender que não é indiferente o tipo de distribuição que é utilizada para medir e prever preços de activos financeiros.

Na presença de caudas longas ou eventos extremos, as distribuições ‘power law’ parecem mais adequadas para explicar os fenómenos observados. Para quaisquer constantes A e α , uma distribuição ‘power law’ indica qual o número de observações N que se encontram acima de um determinado valor x ; este número de observações será dado por $N=A/x^\alpha$. ‘Power laws’ têm sido usadas em múltiplos estudos que encontramos na fronteira entre a Física e a Economia; o

mais divulgado destes estudos é o desenvolvido por Zipf (1941) para análise da distribuição da dimensão das cidades. A área onde este tipo de distribuição tem sido testado com mais intensidade é a dos mercados financeiros [por exemplo, Farmer e Joshi (2002), Sornette (2003)]; também a distribuição de rendimento e riqueza é uma área de análise relevante [Dragulescu e Yakovenko (2001) e Chatterjee, Yarlagadda e Chakrabarti (2005)], bem como a distribuição da dimensão das empresas [Axtell (2001), Gaffeo, Gallegati e Palestrini (2003), Gallegati e Palestrini (2010)] ou, ainda, o aprofundamento do estudo sobre a distribuição do tamanho das cidades [Gabaix (1999)].

O ponto em comum em todos estes estudos relaciona-se com a evidência que quer os rendimentos financeiros, quer a distribuição do rendimento, quer a dimensão das cidades, quer ainda o tamanho das empresas exibem claramente *kurtosis* ou caudas longas, nomeadamente na parte superior de tais distribuições; esta evidência é incompatível com a utilização de distribuições gaussianas para estudo dos fenómenos económicos.

A contribuição da Econofísica deve ser entendida na perspectiva da identificação de um conjunto de propriedades estatísticas importantes que ajudam a melhor definir a teoria económica. O entendimento deverá ser o de que a descoberta de um mesmo tipo de distribuição para fenómenos tão díspares como a dimensão das cidades ou a distribuição da riqueza indicia que efectivamente haverá leis universais associadas à realidade económica observável. A Econofísica tem assim um papel relevante na caracterização da complexidade subjacente à actividade económica.

No entanto, ao contrário do sugerido por McCauley (2004), parece pouco crível que a Econofísica substitua por completo a teoria económica na explicação do funcionamento dos mercados e das relações económicas. Começar pela observação empírica e partir daí para a teoria pode ser um bom princípio, mas pode também levar a importantes equívocos se não houver uma formalização prévia daquilo que se entende pelo comportamento económico dos indivíduos.

A ideia de transdisciplinaridade em Economia, no sentido de entender a realidade enquanto sistema complexo, está bem patente nos progressos conseguidos pela Econofísica; porém, daqui não resulta para já a percepção de que uma ciência única da complexidade comece a ganhar forma. Outros ingredientes são ainda necessários para que tal ciência se consolide. Uma visão integrada da complexidade exige entender os mercados e as relações que nestes se estabelecem como entidades com vida própria, algo que nos conduz aos conceitos fundamentais da inteligência artificial.

Podemos apontar o trabalho de Von Neumann (1970) sobre evolução e inteligência artificial como a referência fundamental para o debate que se seguiria sobre o estudo interdisciplinar de sistemas complexos. Um sistema adaptativo complexo (SAC) será aquele em que os comportamentos de adaptação e resposta dos seus elementos implicam uma evolução constante e sistemática que não tende a convergir para qualquer tipo de estado estacionário. Um exemplo de um sistema deste género é o ilustrado por Arthur (1994), que formula o problema do bar *El Farol*. Este problema descreve uma situação em que a decisão de frequentar o bar está condicionada pela respectiva taxa de ocupação observada em ocasiões anteriores; quando o bar se encontra sobrelotado, diminui o número de frequentadores e vice-versa, de modo que é gerado um processo dinâmico de adaptação que não tende para um ponto fixo. Esta situação é uma parábola aplicável a muitos dos cenários de interacção económica, que deste modo devem também ser entendidos como SACs.

Num SAC é possível a criação de novidade a partir de um conjunto de regras simples pré-estabelecidas; será neste sentido que se pode falar em inteligência artificial: os agentes, imbuídos de um pequeno conjunto de regras de acção, são capazes de inovar e criar uma realidade só sua, completamente determinada pela estrutura de interacção gerada. Em última análise, um SAC pode perpetuar um ambiente de evolução competitiva em que os agentes com maiores capacidades crescem, evoluem e até se reproduzem; a ideia de reprodução artificial é um dos pontos-chave da contribuição de Von Neumann – autómatos celulares auto reproduzem-se no sentido de criar realidades mais complexas que eles próprios. Este tipo de sistemas tem vindo a ser abordado por Markose (2004), Robson (2005) e Markose, Arifovic e Sunder (2007), entre outros. Para estes autores uma nova ciência, multidisciplinar, está efectivamente a eclodir; esta baseia-se nas noções de auto-organização, evolução e inteligência artificial.

Hodgson e Knudsen (2010) introduzem o termo ‘replicação generativa’ para designar comportamentos no seio de sistemas biológicos, sociais e económicos que tendem a potenciar situações de complexidade. Não interessa exclusivamente perceber como a complexidade pode aumentar em sistema que à partida já envolvem algum grau de complexidade, mas também entender as origens da complexidade. Esta é uma perspectiva marcadamente Darwiniana: organismos simples tendem a evoluir para realidades complexas à medida que se adaptam e se impõem no contexto em que estão inseridos. Este processo de replicação é um processo longo, que tende a acrescentar camadas de complexidade, gerando entidades altamente complexas, como o são, por exemplo, a um nível biológico, o ser humano, ou a nível social, as instituições que regulam as operações financeiras na economia.

A replicação generativa, entendida desta forma, implica a transferência de informação, mas não só; com a informação transmite-se também uma capacidade de inovar, ou seja, uma capacidade de, com base na mesma informação que a geração anterior possuía, ir mais longe e criar um mundo aperfeiçoado face ao anterior. Assim, uma cópia, face ao original, deverá ser capaz de replicar conteúdos mas também de ir um pouco mais longe; este ir mais longe exige interagir com o novo ambiente que se enfrenta de modo a gerar algo de original. Um sistema complexo exigirá então que dado organismo seja não apenas um ‘replicador’ mas um replicador com capacidade de inovação, um seja, um ‘replicador generativo’.

A ideia de replicação generativa ou capacidade de evolução no seio de uma determinada estrutura é também salientada por Puu (2010). De acordo com este autor, a mera observação da realidade, por exemplo no que toca à evolução de ferramentas básicas de uso diário como a faca ou a serra, permite-nos concluir que a evolução implica complexidade. Neste sentido, maior complexidade é sinónimo de especialização e esta, por seu lado, envolve vantagens e desvantagens: uma ferramenta especializada faz aumentar a eficiência na tarefa específica que ela se propõe desempenhar, mas mais dificilmente poderá de modo simultâneo ajudar a desenvolver outras tarefas. Acrescentamos assim mais um dado à nossa discussão sobre complexidade: um sistema complexo é também um sistema especializado, em que as instituições existentes (empresas ou instituições financeiras, por exemplo) desempenham as suas actividades específicas com mais elevado grau de eficiência atingindo maiores níveis de produtividade; no entanto, elas tornam-se igualmente cada vez menos capazes de responder a desafios que não estejam directamente na sua esfera de acção. No fundo, esta é também uma forma de justificar por que razão um sistema complexo é um sistema em evolução permanente – o esforço de adaptação e especialização de umas entidades abre espaço para a eclosão de

outras, num ambiente de evolução constante onde a realidade actual não pode de modo algum ser associada ao estado estacionário, definitivo e óptimo da estrutura em causa.

6. Complexidade e Pensamento Económico

Para além da ligação a outros campos do saber, a ciência económica tem também procurado desenvolver a sua própria abordagem à complexidade. Na realidade, a percepção de que o sistema económico é um sistema complexo não é nova, e pode ser inferida mesmo a partir das contribuições dos nomes que ajudaram a construir os alicerces iniciais desta ciência. Em Colander (2008), o pensamento económico é reinterpretado à luz das noções fundamentais em torno das quais gira o conceito de complexidade.

No referido estudo, salienta-se que a evolução da ciência económica é ela mesmo um processo de selecção natural que foi aproveitando as mais relevantes contribuições dos principais nomes que construíram esta ciência, desde Adam Smith, David Ricardo, John Stuart Mill, Alfred Marshall e Leon Walras, passando por Keynes, até Hicks, Samuelson, Arrow e Lucas, entre muitos outros. Deste processo de selecção natural resultou o modelo de equilíbrio geral já anteriormente discutido; este é um modelo elegante, capaz de combinar uma visão simples das preferências dos consumidores com a dinâmica de acumulação de recursos que permite dotar os agentes com um rendimento que lhes possibilita preencher as suas necessidades. Pelo caminho terão ficado outras contribuições, nalguns casos mesmo dos autores supracitados, que não sendo *mainstream* acabaram por ser de certa forma negligenciadas. Para construir uma visão de complexidade do sistema económico é preciso recuperar algumas dessas contribuições e reinterpretá-las à luz do novo contexto: um contexto que já sabemos ser de interacção, aprendizagem, evolução, adaptação, desequilíbrio e dependência face ao passado.

Autores como Marshall, Keynes, Samuelson ou Arrow, de uma forma ou de outra, apresentaram argumentos em favor do entendimento do sistema económico como um sistema complexo. A simplificação que surgiu a partir dos seus raciocínios deveu-se à necessidade de fornecer uma interpretação da realidade estilizada e facilmente compreensível e ao reconhecimento que as técnicas analíticas existentes não permitiam ir muito mais longe. Um bom exemplo que ilustra este argumento é o facto de um dos principais arquitectos da teoria do equilíbrio geral como hoje a conhecemos, Kenneth Arrow, ser simultaneamente o mentor de um dos mais ambiciosos projectos científicos de sempre e que envolveu a procura da compreensão do sistema económico como um sistema complexo – este projecto corresponde ao trabalho desenvolvido no *Santa Fe Institute*.

Procurar as raízes do pensamento complexo em Economia significa levar em consideração escolas heterodoxas que acompanharam a visão neoclássica ortodoxa, mas também identificar nas obras dos autores com maior protagonismo as razões pelas quais determinadas opções metodológicas foram seguidas. A escola austríaca de Frederick von Hayek é um bom exemplo de uma abordagem não ortodoxa que pode hoje ser aproveitada para abordar as questões da complexidade. Hayek (1967) concebe a teoria das ordens espontâneas, de acordo com a qual os agentes seguem as suas próprias leis de movimento que, num ambiente de interacção, produzem regularidades específicas desse contexto. Na prática, esta definição não anda longe daquela que fomos adiantando para um sistema complexo, o que vem provar que em muitos casos a ideia de complexidade não é nova no pensamento económico.

No que concerne aos autores que mais contribuíram para o pensamento económico moderno é curioso perceber que grande parte deles não descartou a visão de que a economia é um sistema evolutivo onde interagem agentes com capacidades e vontades distintas. Em Marshall, Keynes ou Samuelson são explícitas as referências àquilo que temos vindo a designar como sistema complexo. Em Colander e Rothschild (2010), é salientado o modo como Alfred Marshall desenvolveu a sua estrutura analítica da procura e oferta indicando explicitamente que a interacção observada ocorre no seio de um sistema complexo; a estilização do comportamento da procura e da oferta em duas simples rectas com inclinações contrárias viria depois, com a necessidade de explicar de forma simplificada a formação dos preços. Do mesmo modo, os poderosos argumentos que Keynes desenvolveu na sua *Teoria Geral* são multifacetados e susceptíveis de múltiplas interpretações, incluindo inequivocamente a ideia de que o sistema macroeconómico tem uma vida própria que não pode ser reduzida à soma dos comportamentos individuais. Todavia, rapidamente as ideias de Keynes foram sintetizadas num pequeno conjunto de mecanismos (nomeadamente, o paradigma IS-LM), úteis do ponto de vista pedagógico, mas extremamente redutores do pensamento de Keynes. O modo como o raciocínio de Keynes foi adaptado a um modelo de equilíbrio estático levou a que muitos dos mais importantes elementos da sua análise caíssem no esquecimento.

Pegando em Marshall, Keynes e outros contributos fundamentais, Paul Samuelson desenvolveu uma parte significativa da teoria económica que viria a predominar na segunda metade do século XX, mas também em Samuelson é possível vislumbrar um entendimento do sistema económico como um sistema de interacção entre agentes que vai para além da simples dinâmica de convergência para o equilíbrio. Para Samuelson, o estudo da economia com base em sistemas dinâmicos simples e estáveis seria um primeiro passo para o desenvolvimento de formalizações mais sofisticadas que poderiam aproveitar técnicas matemáticas poderosas que entretanto fossem desenvolvidas. Porém, a corrente central do pensamento económico acabou por ficar refém da estrutura analítica simples e procurou encontrar resposta para todas as questões económicas nessa mesma estrutura. O resultado é uma enorme dificuldade em explicar situações reais, como a severa crise que a economia mundial está a sofrer no final da primeira década do século XXI.

Independentemente da visão principal dos economistas continuar centrada no modelo de equilíbrio geral de agente representativo, a Economia é uma ciência também ela complexa, em permanente evolução e adaptação. A par dessa visão fundamental, contribuições periféricas permitem construir hoje uma nova interpretação da realidade e novas técnicas e conceitos começam a emergir para explicar os fenómenos económicos e sociais. Dois exemplos da abordagem complexa no estudo contemporâneo da Economia respeitam à teoria dos jogos evolucionária e ao estudo de ambientes de interacção social.

Comecemos por abordar a questão da interacção social. Em Glaeser, Sacerdote e Scheinkman (1996) e Brock e Durlauf (2001), iniciou-se uma corrente de estudo ligada à tentativa de medir a interdependência entre comportamentos de diferentes agentes. Estes agentes terão de ser necessariamente heterogéneos (nas preferências ou nas expectativas) no sentido de criar formas de interacção que são específicas do tipo de estrutura ou rede social considerada. O estudo da interacção social, por exemplo em contextos microeconómicos como sejam as relações estabelecidas entre vizinhos numa determinada área residencial, abre portas para uma estrutura de análise aplicável a vários problemas de ordem económica, nomeadamente problemas do foro macroeconómico. A abordagem à interacção social deverá ser extensível às relações entre empresas, entre indústrias e entre economias nacionais.

A teoria dos jogos evolucionária considera os princípios básicos da interação entre agentes, mas considerando que os benefícios e custos da interação estão sujeitos a adaptação e mudança [ver, por exemplo, Peyton Young (1998)]. Nesta nova abordagem à teoria dos jogos é possível compreender as acções dos agentes em função de um determinado percurso que culminou na situação observada em determinado momento. Uma perspectiva evolucionária da teoria dos jogos exige uma redefinição do conceito de racionalidade; uma vez mais, só uma interpretação pouco rígida da racionalidade pode permitir entender o comportamento humano como historicamente determinado, adaptável e sujeito a um mecanismo de aprendizagem.

7. O Sistema Macroeconómico

A discussão a propósito do conceito de complexidade levou-nos a perceber que esta é transversal a todas as áreas de interesse da Economia. No entanto, pela própria natureza do conceito, os fenómenos agregados são por excelência aqueles que exigem uma abordagem em função de um sistema composto por múltiplas partes, em que a soma das partes representa uma realidade diferente daquela que é gerada pela estrutura e pela dinâmica do sistema. Não será pois difícil de argumentar que o campo predominante de análise complexa em Economia deva ser a macroeconomia.

Inexplicavelmente, enquanto na microeconomia se fazem progressos importantes de alteração no paradigma de análise (por exemplo, com o recurso cada vez mais frequente a técnicas de análise no âmbito da já referida teoria dos jogos evolucionária), a macroeconomia parece ficar para trás, continuando ainda e sempre presa ao modelo de equilíbrio geral de agente representativo. Neste modelo de referência não há lugar para a heterogeneidade e a noção de equilíbrio continua a ser basilar.

Alguns dos motivos pelos quais o modelo de equilíbrio geral resiste ainda no pensamento económico dominante foram já apontados em secções prévias. No entanto, é importante re-enfatizar a ideia de que em termos de capacidade para resolver problemas práticos, a ciência económica aparenta efectivamente ter regredido. Mankiw (2006) salienta que a teoria macroeconómica neoclássica parece ter acrescentado pouco ou nada no que respeita ao poder de previsão dos modelos económicos. Muitos bancos centrais e autoridades de política económica continuam a fazer uso das relações *ad-hoc* que a Economia Keynesiana popularizou, uma vez que os modelos de optimização do comportamento do agente representativo são poderosos mecanismos lógicos, mas com pouca aplicabilidade no que toca a explicar e prever a realidade.

Esta interpretação alterou-se um pouco com o desenvolvimento de modelos de síntese (os chamados modelos de síntese neoclássica ou modelos novos Keynesianos), que ao incluírem um número elevado de fontes de rigidez sobre o comportamento do agente representativo (como a rigidez na fixação de preços ou a formação de hábitos de consumo), deram origem a estruturas passíveis de medição empírica. Autoridades económicas e monetárias fazem hoje uso do modelo de equilíbrio geral estocástico e dinâmico, que foi sistematizado por Christiano, Eichenbaum e Evans (2005) e Smets e Wouters (2007). Algum sucesso que estes modelos têm conseguido em abordar a realidade macroeconómica não deve ser confundido com um avanço teórico de primeira grandeza; o que estes modelos conseguem é a possibilidade de calibração com valores próximos da evidência empírica, algo que não é muito diferente daquilo que as estruturas teóricas sem fundamentos microeconómicos

conseguiam. A vantagem das novas estruturas de análise é que são mais elegantes por partirem de comportamentos de optimização, mas se na prática os agentes não exibem um comportamento optimizador, cai por terra aquilo que parecia ser a sua vantagem de partida.

Os economistas têm falhado em perceber o que devem ser de facto os fundamentos microeconómicos da análise macro. Estes consistirão, por certo, na identificação de diferentes grupos de agentes com comportamentos distintos e na identificação da estrutura no interior da qual eles interagem; na prática, a ideia recorrente ao longo do texto volta a ter de ser enfatizada: a macro economia (a economia no agregado) deve ser interpretada como um sistema complexo.

De certo modo, acabamos por ter de inverter o nosso ponto de vista sobre a realidade agregada: se poderia parecer legítimo perguntar porque razão o sistema económico no seu conjunto está sujeito a flutuações, a percepção da economia como um sistema complexo levamos a questionar porque razão encontramos regularidades onde a interacção entre múltiplas entidades faria adivinhar um comportamento completamente irregular.

Uma vez mais, realça-se o papel da análise e tratamento dos dados empíricos observáveis. A macroeconomia terá de ser uma ciência aplicada, pouco centrada no desenvolvimento de mecanismos lógicos e essencialmente preocupada em explicar tendências observáveis; como Holt, Rosser e Colander (2010) enfatizam, a macro empírica deve preceder a macro teórica.

Colander *et al.* (2008) sintetizam a problemática da complexidade em macroeconomia destacando a ideia de que os modelos macroeconómicos devem ser o mais simples possíveis, mas que as estruturas teóricas existentes acabam por ser simples demais e incapazes de permitir perceber os fenómenos agregados. Novamente, a ênfase é colocada na necessidade de substituir os modelos convencionais por cenários de interacção entre agentes heterogéneos que evoluem e aprendem. Simultaneamente, reforça-se a ideia de que a macroeconomia é, em primeiro lugar, uma ciência empírica em que os dados recolhidos devem preceder a escolha de uma sustentação teórica; neste sentido, a macroeconomia estará mais próxima da engenharia do que da ciência exacta.

Se o que autonomiza a macroeconomia é o conjunto de propriedades complexas do comportamento agregado que resulta da interacção entre agentes, então será necessário procurar entender regularidades e padrões de actuação e interacção. Os fundamentos microeconómicos acabam por ter uma natureza *ad-hoc* porque se baseiam em princípios lógicos de hiper-racionalidade e interesse próprio que são frequentemente postos em causa pela actuação dos agentes em situações concretas de interacção.

Faz sentido afirmar que o estudo da macroeconomia enferma hoje da chamada falácia da composição. Ou seja, pouca atenção tem sido dada à estrutura das interacções, colocando-se demasiado peso nas características dos indivíduos. Este cenário tem tendência a mudar, não apenas porque o entendimento daquilo que está em causa evoluiu, mas também porque as técnicas que possibilitam a análise de sistemas complexos se encontram em fase de franca evolução. Mesmo reconhecendo as limitações dos conceitos de agente representativo, expectativas racionais e estado estacionário, será difícil ir para além deles sem o aparato técnico adequado para o efeito.

A mudança de paradigma, apesar de lenta, tem vindo a intensificar-se nos últimos anos. Ela começou com os modelos de agentes heterogéneos e aprendizagem endógena a que se fará

referência na próxima secção, e progride para estudos em que de forma explícita se aborda a complexidade em macroeconomia. Um destes estudos é Di Guilmi, Gallegati e Landini (2008). Estes autores destacam a ideia de que a interacção entre agentes heterogéneos ocorre em condições de incerteza, sugerindo que as técnicas tradicionais de análise em Economia são incapazes de providenciar uma abordagem correcta aos problemas em análise. As técnicas utilizadas por estes autores baseiam-se em Aoki e Yoshikawa (2006) e recorrem ao conceito de entropia máxima (um conceito que tem origem na já referida noção computacional de complexidade).

8. Agentes Heterogéneos e Aprendizagem

Dois campos onde algum avanço foi conseguido, ao nível da macroeconomia, em adaptar a abordagem tradicional à noção de mundo complexo são aqueles que respeitam à modelização de agentes heterogéneos e à substituição do conceito de expectativas racionais por processos de aprendizagem conducentes a uma formulação mais aceitável de expectativas sobre eventos futuros.

O trabalho sobre agentes heterogéneos conheceu importantes contributos com os modelos desenvolvidos por Brock e Hommes (1997, 1998). Nestes modelos, que explicam o funcionamento dos mercados e, em particular no segundo caso, o funcionamento dos mercados financeiros, dois tipos de agentes existem, tendo estes diferentes tipos de actuação nos mercados. A separação faz-se entre fundamentalistas, agentes bem informados que actuam de modo eficiente, e seguidores de tendência, que se limitam a agir em função da *performance* observada no passado recente. Num cenário de completa racionalidade, comum aos modelos económicos convencionais, os agentes não fundamentalistas aperceber-se-iam que a sua opção de actuação é a menos vantajosa numa lógica de longo prazo e ou abandonariam o mercado ou passariam a comportar-se de modo racional. Todavia, os referidos autores consideram um procedimento através do qual a transição entre grupos não é imediata e se faz com base num mecanismo de escolha discreta que toma em consideração o desempenho relativo de cada um dos grupos.

Como resultado deste processo evolucionário, poderá gerar-se um cenário de longo prazo em que os agentes vão alternando entre regras de decisão de forma gradual mas sistemática, sem que nunca se convirja para um ponto fixo. Do ponto de vista analítico, o mecanismo de escolha discreta traduz-se na possibilidade de flutuações irregulares endógenas, ou seja, movimento caótico. Neste mecanismo assume particular relevância um parâmetro que se designa por intensidade de escolha. Este reflecte o grau de racionalidade da decisão. Num extremo, teremos a situação em que perante dada *performance* relativa das duas regras de actuação, a mudança para aquela que produz melhores resultados é imediata (cenário de completa racionalidade); no outro extremo, encontramos a situação em que independentemente do desempenho relativo, os agentes mantêm sempre a mesma estratégia. Na prática, a intensidade de escolha corresponderá a um valor intermédio tal que ao fim de alguns períodos de tempo em que dada escolha é manifestamente mais favorável essa transição de seguidor de tendência para fundamentalista, ou vice-versa, se dá.

O paradigma de Brock e Hommes viria a ser recorrentemente utilizado para avaliar situações envolvendo agentes heterogéneos, nomeadamente no âmbito dos mercados financeiros, onde o comportamento não racional, a formação de bolhas e a evidência de irracionalidade colectiva são aspectos que necessitam de uma sustentação teórica [ver Barucci (1999),

Chiarella e He (2002), Giannitsarou (2003), Negroni (2003), Branch e McGough(2004), Gomes (2005) e Gallegati, Palestrini e Rosser (2010), no que respeita ao desenvolvimento de alguns dos modelos formulados neste âmbito].

A análise de escolha discreta e comportamento evolucionário não será certamente a única forma de abordar a interacção entre agentes heterogéneos, mas revelou-se um instrumento importante para entender o modo como agentes diferentes interagem, podem mudar de atitude, aprender e evoluir, sem que isso signifique necessariamente a convergência para um ponto fixo. Na realidade, a dificuldade não estará tanto na formalização de uma estrutura com agentes exibindo comportamentos distintos, mas sim perceber se essa estrutura tem lógica e é adequada do ponto de vista empírico. Nas palavras de Hommes (2007), muito do mérito desta nova abordagem passa pela capacidade de disciplinar a variedade de caminhos possíveis de análise à racionalidade limitada. A este nível, o cenário em que os agentes adoptam o mecanismo de escolha discreta para alterar as respectivas regras de previsão com base no desempenho das respectivas estratégias, parece ter-se tornado um caminho de sucesso.

Um risco que os modelos de agentes heterogéneos podem envolver é o de se basearem em mecanismos lógicos com pouca adequação à realidade. Pensar uma estrutura com agentes heterogéneos pode deixar em aberto muitos graus de liberdade, que devem ser eliminados através de uma percepção rigorosa de qual o tipo de interacção que pode eclodir da estrutura em concreto que se está a considerar.

Uma estrutura de agentes heterogéneos com significado implicará que os agentes actuem com uma racionalidade que passa essencialmente pela ponderação dos benefícios e custos que as suas acções produzem. Num sistema complexo, em que as expectativas influenciam as decisões e as decisões influenciam as expectativas, os referidos benefícios não têm de estar sempre associados às mesmas decisões e os agentes terão de ponderar entre o benefício directo que corresponde à utilidade de determinada escolha e os custos de mudança de estratégia.

A abordagem da escolha discreta não fornece uma solução para o problema da imprevisibilidade dos preços de mercado (nos mercados financeiros ou outros); contudo, explica-se por que razão períodos de relativa estabilidade alternam com intervalos de tempo em que grande volatilidade é observável. A estabilidade estará associada com períodos em que o número de fundamentalistas no mercado é maioritário, enquanto que bolhas especulativas são associáveis a cenários de prevalência de *trend-followers* ou seguidores de tendência.

Um outro aspecto importante, para além da heterogeneidade, que a ciência económica vem discutindo no sentido de a aproximar de uma ciência da complexidade relaciona-se com a formação de expectativas. A noção de expectativa é central em Economia e é talvez aquilo que melhor a distingue de outras ciências. No entanto, os consensos que foram sendo gerados a propósito do modo como os agentes formam expectativas acabaram por, mais tarde ou mais cedo, serem desconstruídos. A mais poderosa noção que os economistas desenvolveram a este respeito é a noção de expectativas racionais, de acordo com a qual os agentes conhecem o verdadeiro modelo que rege a actividade económica, o que lhes permite evitar incorrer em erros de previsão sistemáticos.

Todavia, o poderoso conceito de expectativas racionais, extremamente útil no que toca ao tratamento analítico dos modelos económicos, é também bastante frágil nos pressupostos que

lhe estão subjacentes. A capacidade de formar expectativas racionais exigiria uma capacidade absoluta para recolher, processar e utilizar informação, que os agentes económicos dificilmente possuem. Seria necessário conhecer em absoluto a estrutura do sistema económico e as leis de movimento que lhe estão subjacentes para formular tais expectativas. Uma abordagem mais razoável à questão da formação das expectativas consiste em tomar um mecanismo de aprendizagem que permita aos agentes ir recolhendo informação ao longo do tempo e com base nesta irem aperfeiçoando as respectivas expectativas. Este processo de aprendizagem adaptativa foi inicialmente proposto por Bray (1982), Bray e Savin (1986) e Marcet e Sargent (1989), e tinha por objectivo justificar o processo pelo qual as expectativas tendem a tornar-se racionais no longo prazo. Em concreto, se os agentes vão recolhendo informação ao longo do tempo, será de esperar que atinjam um estado em que o conhecimento da realidade é tal que se consegue evitar incorrer em erros de previsão sistemáticos.

Neste sentido, tornar-se-ia possível justificar a ideia de que os agentes não nascem com capacidade de compreender de forma instantânea o que os rodeia e que o processo de recolha, processamento e utilização da informação é aperfeiçoável ao longo do tempo, e simultaneamente justificar que as expectativas podem ser racionais, o que acontece após um processo de aprendizagem que estará assintoticamente completo no longo prazo.

Porém, como Bullard (1994), Schonhofer (1999) e Tuinstra e Wagener (2007) fizeram questão de salientar, o processo de aprendizagem poderá eventualmente não conduzir a um equilíbrio de expectativas racionais de longo prazo. Um processo de aprendizagem não eficiente, envolvendo um algoritmo pouco preciso de previsão ou um procedimento econométrico incorrecto, poderá conduzir a um resultado de complexidade dinâmica, isto é, poderá haver um desvio face à situação de ponto fixo que caracterizaria o resultado de previsão perfeita e esse desvio corresponderá a um resultado de flutuações endógenas (ciclos periódicos e caos).

A noção de caos é particularmente relevante em cenários de aprendizagem adaptativa. Aqui está em causa o seguinte argumento: a obtenção de resultados diferentes da convergência para um equilíbrio de expectativas racionais deveria levar os agentes racionais a perceber que a regra de estimação a que estão a recorrer para prever valores futuros está a implicar que erros de previsão sistemáticos estão a ser cometidos; em face destes erros, os agentes deveriam ser capazes de substituir a regra de previsão para uma que produzisse melhores resultados. O problema é que os erros sistemáticos podem ser difíceis ou impossíveis de identificar na presença de um resultado de caos. O movimento caótico determinístico pode ser impossível de discernir face a ruído aleatório e, portanto, aquilo que se identifica como ruído branco ou qualquer outro processo estocástico pode, na realidade, corresponder a flutuações endógenas. Esta observação levou Schonhofer (2001) a perguntar se os agentes são capazes de encontrar o seu caminho para fora do caos e Grandmont (1998) a sugerir a noção de erro auto-alimentado (*self-fulfilling mistake*), de acordo com a qual a realidade permanece complexa pelo facto de os agentes não perceberem que ela é complexa; ao adoptar uma visão simples do mundo (em que todas as flutuações são tidas como aleatórias), os agentes não encontram razão para tentar reduzir o grau de complexidade existente.

Em Gomes (2010), a literatura sobre resultados não lineares em modelos com aprendizagem adaptativa é revista em pormenor.

9. Conclusões

Ao longo deste texto perspectivou-se a emergência de uma nova ciência económica, a Economia Computacional, menos presa à elegância conceptual e mais envolvida num esforço sério de interpretação dos fenómenos observáveis. O sistema económico será um sistema complexo, onde interagem agentes com diferentes preferências, capacidades, expectativas e comportamentos.

As implicações decorrentes desta nova perspectiva são múltiplas. Por exemplo, o conceito de racionalidade estrita deverá dar lugar a interpretações mais flexíveis desta noção; na prática, o que interessa é a racionalidade observável, ou seja, o modo como os agentes actuam quando estão perante situações concretas e não a forma como idealmente actuariam. Outra implicação resulta na emergência de uma transdisciplinaridade que é fundamental para perceber os fenómenos em toda a sua extensão. O funcionamento dos mercados, por exemplo, ilustra bem o que é um corpo complexo que tem de ser analisado sob múltiplas vertentes, não apenas a económica, mas também a social e a física.

A grande referência do estudo da complexidade em Economia continua a ser o trabalho desenvolvido no *Santa Fe Institute* desde 1984 sob a égide de Kenneth Arrow. Este programa, que juntou cientistas de várias áreas deu origem a uma série de três volumes, Anderson, Arrow e Pines (1988), Arthur, Durlauf e Lane (1997b) e Blume e Durlauf (2005). Estes volumes encerram contribuições fundamentais para o entendimento da Economia como um sistema complexo em permanente evolução e lançaram, efectivamente, pistas para uma importante mudança de paradigma (sendo certo, no entanto, que muitas dessas contribuições não foram tanto no sentido da ruptura com a Economia neoclássica, mas mais num sentido de conciliação entre algumas das ideias ligadas à complexidade com aquilo que são os pontos fortes da ortodoxia de pensamento económico).

Os anos mais recentes assistiram a uma proliferação de novas contribuições nesta área, como o atesta a literatura revista ao longo deste artigo. A mudança de paradigma estará então decisivamente em curso e ela indica-nos um caminho menos mecanicista e mais orgânico para o estudo da economia. A economia é um organismo que se adapta, que se modifica e evolui; reconhecer este facto é o primeiro e essencial passo para atingir uma verdadeira percepção sobre o que nos rodeia.

Referências

Albin, P. (1998). *Barriers and Bounds to Rationality: Essays on Economic Complexity and Dynamics in Interactive Systems*, Princeton: Princeton University Press.

Anderson, P. W., K. J. Arrow e D. Pines (eds.) (1988). *The Economy as an Evolving Complex System*. Redwood: Addison Wesley.

Aoki, M. e H. Yoshikawa (2006). *Reconstructing Macroeconomics*, Cambridge: Cambridge University Press.

Araújo, T. V. (2011). "Introdução à Economia Computacional." Almedina.

Arthur, W. B. (1994). "Inductive Behaviour and Bounded Rationality." *American Economic Review*, vol. 84, pp. 406-411.

Arthur, W. B.; S.N. Durlauf e D.A. Lane (1997a). "Introduction." in W. B. Arthur, S. N. Durlauf e D. A. Lane (eds.), *The Economy as an Evolving Complex System II*, Redwood City: Addison-Wesley, pp. 1-14.

Arthur, W. B.; S.N. Durlauf e D.A. Lane (eds.) (1997b). *The Economy as an Evolving Complex System II*, Redwood City: Addison-Wesley.

Axtell, R. (2001). "Zipf Distribution of U.S. Firm Sizes." *Science*, vol. 293, pp. 1818-1820.

Barucci, E. (1999). "Heterogeneous Beliefs and Learning in Forward Looking Economic Models." *Journal of Evolutionary Dynamics*, vol. 9, pp. 453-464.

Black, F. e M. S. Scholes (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." *Journal of Political Economy*, vol. 81, pp. 637-654.

Blume, L. E. e S. N. Durlauf (eds.) (2005). *The Economy as an Evolving Complex System III*. Oxford: Oxford University Press.

Bouchaud, J.P. (2008). "Economics Needs a Scientific Revolution." *Real-World Economics Review*, nº 48, pp. 290-291.

Branch, W. A. e B. McGough (2004). "Multiple Equilibria in Heterogeneous Expectations Models." *Contributions to Macroeconomics*, vol. 4 (1), Article 12. (*the B. E. Journals in Macroeconomics*).

Bray, M. M. (1982). "Learning, Estimation, and the Stability of Rational Expectations." *Journal of Economic Theory*, vol. 26, pp. 318-339.

Bray, M. M. e N. E. Savin (1986). "Rational Expectations Equilibria, Learning, and Model Specification." *Econometrica*, vol. 54, pp. 1129-1160.

Brock, W. e S. N. Durlauf (2001). "Discrete Choice with Social Interactions." *Review of Economic Studies*, vol. 68, pp. 235-60.

Brock, W. A. e C. H. Hommes (1997). "A Rational Route to Randomness." *Econometrica*, vol. 65, pp.1059-1095.

Brock, W. A. e C. H. Hommes (1998). "Heterogeneous Beliefs and Routes to Chaos in a Simple Asset Pricing Model." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 22, pp. 1235-1274.

Bullard, J. B. (1994). "Learning Equilibria." *Journal of Economic Theory*, vol. 64, pp. 468-485.

Chaitin, G. J. (1987). *Algorithm Information Theory* – Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 1. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Chatterjee, A.; S. Yarlagadda e B. K. Chakrabarti (eds.) (2005). *Econophysics of Wealth Distributions*. Milan: Springer.

Chiarella, C. e X. Z. He (2002). "Heterogeneous Beliefs, Risk and Learning in a Simple Asset Pricing Model." *Computational Economics*, vol. 19, pp. 95-132.

Christiano, L. J.; M. Eichenbaum e C. L. Evans (2005). "Nominal Rigidities and the Dynamic Effect of a Shock to Monetary Policy." *Journal of Political Economy*, vol. 113, pp. 1-45.

Colander, D. (2008). "Complexity and the History of Economic Thought." *Middlebury College Working Paper* number 0804.

Colander, D. e C. Rothschild (2010). "Sins of the Sons of Samuelson: Vision, Pedagogy, and the Zig-zag Windings of Complex Dynamics." *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 74, pp. 277-290.

Colander, D.; P. Howitt; A. Kirman; A. Leijonhufvud and P. Mehrling (2008). "Beyond DSGE Models: Towards an Empirically-Based Macro-economics." *American Economic Review*, vol. 98, pp. 236-240.

Colander, D.; R.P.F. Holt e J.B. Rosser (2004). "The Changing Face of Mainstream Economics." *Review of Political Economy*, vol. 16, pp. 485-499.

Day, R. H. (1994). *Complex Economic Dynamics - Volume I: An Introduction to Dynamical Systems and Market Mechanisms*, Cambridge: MIT Press.

Di Guilmi, C.; M. Gallegati e S. Landini (2008). "Modeling Maximum Entropy and Mean-Field Interaction in Macroeconomics." *E-conomics, the Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, nº 2008-36, pp. 1-18.

Dragulescu, A.A. e V. Yakovenko (2001). "Exponential and Power-law Probability Distributions of Wealth and Income in the United Kingdom and the United States." *Physica A*, vol. 299, pp. 213-221.

Durlauf, S. N. (2005). "Complexity and Empirical Economics." *Economic Journal*, vol. 115, pp. F225-F243.

Farmer, J. D. e S. Joshi (2002). "The Price Dynamics of Common Trading Strategies." *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 49, pp. 149-71.

Farmer, J. D.; L. Gillemot; G. Iori; S. Krishnamurthy, D. E. Smith e M. G. Daniels (2005). "A Random Order Placement Model of Price Formation in the Continuous Double Auction." in L. Blume e S. Durlauf (eds), *The Economy as an Evolving Complex System, III*, pp. 133-173.

Fontana, M. (2008). "The Complexity Approach to Economics: a Paradigm Shift." *CESMEP Working Paper* number 2008-01.

Foster, J. (2005). "From Simplistic to Complex Systems in Economics." *Cambridge Journal of Economics*, vol. 29, pp. 873-892.

- Gabaix, X. (1999). "Zipf's Law for Cities: an Explanation." *Quarterly Journal of Economics*, vol. 114, pp. 738-67.
- Gaffeo, E.; M. Gallegati e A. Palestrini (2003). "On the Size Distribution of Firms. Additional Evidence from the G7 Countries." *Physica A*, vol. 324, pp. 117-123.
- Gallegati, M. e A. Palestrini (2010). "The Complex Behavior of Firms' Size Dynamics." *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 75, pp. 69-76.
- Gallegati, M.; S. Keen; T. Lux, T. e P. Ormerod (2006). "Worrying Trends in Econophysics." *Physica A*, vol. 370, pp. 1-6.
- Gallegati, M.; A. Palestrini e J. B. Rosser (2010). "The Period of Financial Distress in Speculative Markets: Interacting Heterogeneous Agents and Financial Conditions." *Macroeconomic Dynamics*, forthcoming.
- Giannitsarou, C. (2003). "Heterogeneous Learning." *Review of Economic Dynamics*, vol. 6, pp. 885-906.
- Glaeser, E.; B. Sacerdote e J. Scheinkman (1996). "Crime and Social Interactions." *Quarterly Journal of Economics*, vol. 111, pp. 507-548.
- Gomes, O. (2005). "Volatility, Heterogeneous Agents and Chaos." *The Electronic Journal of Evolutionary Modelling and Economic Dynamics*, nº 1047, pp. 1-32.
- Gomes, O. (2010). "Ordinary Least Squares Learning and Nonlinearities in Macroeconomics." *Journal of Economic Surveys*, vol. 24, issue 1, pp. 52-84.
- Grandmont, J.-M. (1998). "Expectation Formation and Stability in Large Socio-Economic Systems." *Econometrica*, vol. 66, pp. 741-781.
- Hayek, F. A. (1967). "The Theory of Complex Phenomena." in *Studies in Philosophy, Politics and Economics*, London: Routledge & Kegan Paul, pp. 71-104.
- Hodgson, G. M. e T. Knudsen (2010). "Generative Replication and the Evolution of Complexity." *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 75, pp. 12-24.
- Holt, R.P.F.; J.B. Rosser e D. Colander (2010). "The Complexity Era in Economics." *Middlebury College Economics Discussion Paper* nº 10-01.
- Hommes, C. (2007). "Complexity, Evolution and Learning: a Simple Story of Heterogeneous Expectations and Some Empirical and Experimental Validation." *CeNDEF Working Paper* number 07-07.
- Li, T. e J. Yorke (1975). "Period Three Implies Chaos." *American Mathematical Monthly*, vol. 82, pp. 985-992.
- Mankiw, G. N. (2006). "The Macroeconomist as Scientist and Engineer." *Journal of Economic Perspectives*, vol. 20, pp. 29-46.
- Mantegna, R. e H. E. Stanley (2000). *Introduction to Econophysics*, New York: Cambridge University Press.

Marcet, A. e T. Sargent (1989). "Convergence of Least Squares Learning Mechanisms in Self-referential Linear Stochastic Models." *Journal of Economic Theory*, vol. 48, pp. 337-368.

Markose, S. M. (2004). "Novelty in Complex Adaptive Systems (CAS): a Computational Theory of Actor Innovation." *Physica A*, vol. 344, pp. 41-49.

Markose, S. M. (2005). "Computability and Evolutionary Complexity: Markets as Complex Adaptive Systems (CAS)." *Economic Journal*, vol. 115, pp. F159-F192.

Markose, S. M.; J. Arifovic e S. Sunder (2007). "Advances in Experimental and Agent-Based Modelling: Asset Markets, Economic Networks, Computational Mechanism Design and Evolutionary Game Theory." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 31, pp. 1801-1807.

Martin, R. e P. Sunley (2007). "Complexity Thinking and Evolutionary Economic Geography." *Papers in Evolutionary Economic Geography* (PEEG) number 0703.

May, R. M. (1976). "Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics." *Nature*, vol. 261, pp. 459-467.

McCauley, J. L. (2004). *Dynamics of Markets: Econophysics and Finance*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

McCauley, J.L. (2005). "Making Mathematics Effective in Economics." in K.V. Velupillai (ed.), *Computability, Complexity and Constructivity in Economic Analysis*, Victoria: Blackwell, pp. 51-84.

Médio, A. e M. Lines (2001). *Nonlinear Dynamics: a Primer*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Negroni, G. (2003). "Adaptive Expectations Coordination in an Economy with Heterogeneous Agents." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 28, pp. 117-140.

Pareto, V. (1897). *Cours d'Économie Politique*. Lausanne: F. Rouge.

Peyton Young, H. (1998). *Individual Strategy and Social Structure: an Evolutionary Theory of Institutions*, Princeton: Princeton University Press.

Puu, T. (2010). "On the Economics of Increasing Complexity: with Some Special Focus on Culture." *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol.75, pp. 59-68.

Robson, A.J. (2005). "Complex Evolutionary Systems and the Red Queen." *Economic Journal*, vol. 115, pp. F211-F225.

Rosser, J. B. (1999). "On the Complexities of Complex Economic Dynamics." *Journal of Economic Perspectives*, vol. 13, pp.169-192.

Rosser, J.B. (2008). "Econophysics and the Economic Complexity." *Advances in Complex Systems*, vol. 11, pp. 745-760.

Rosser, J. B. (2010). "Is a Transdisciplinary Perspective on Economic Complexity Possible?" *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 75, pp. 3-11.

Sargent, T. (1993). *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford: Oxford University Press.

Schonhofer, M. (1999). "Chaotic Learning Equilibria." *Journal of Economic Theory*, vol. 89, pp. 1-20.

Schonhofer, M. (2001). "Can Agents Learn Their Way Out of Chaos?" *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 44, pp. 71-83.

Sengupta, A. (2003). "Toward a Theory of Chaos." *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 13, pp. 3147-3233.

Shannon, C. e W. Weaver (1949). *The Mathematical Theory of Communication*. Urbana, IL: University of Illinois Press.

Simon, H. A. (1962). "The Architecture of Complexity." *Proceedings of the American Philosophical Society*, vol. 106, pp. 467-482.

Smets, F. e R. Wouters (2007). "Shocks and Frictions in US Business Cycles: a Bayesian DSGE Approach." *American Economic Review*, vol. 97, pp. 586-606.

Smith, P. (2008). "New Perspectives on Realism, Tractability and Complexity in Economics." *MPRA Paper* n° 10899.

Sornette, D. (2003). *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*. Princeton: Princeton University Press.

Tuinstra, J. e F. Wagener (2007). "On Learning Equilibria." *Economic Theory*, vol. 30, pp. 493-513.

Velupillai, K. V. (2005). "A Primer on the Tools and Concepts of Computable Economics." in K.V. Velupillai (ed.), *Computability, Complexity and Constructivity in Economic Analysis*, Victoria: Blackwell, pp. 148-197.

Von Neumann, J. (1970). *Theory of Self-Reproducing Automata*. Urbana: University of Illinois Press.

Yakovenko, V. M. (2009). "Statistical Mechanics Approaches to Econophysics." in R. A. Meyers (ed.), *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. Berlin: Springer.

Zipf, G.K. (1941). *National Unity and Disunity*. Bloomington: Principia Press.